

Una Versione Analitica di Wicksell

Pontedera, 27/09/2009

di Leonardo, IHC

In vista di una trattazione congiunta degli effetti dell'inflazionismo sui prezzi e sulla lunghezza del ciclo (che equivale alla struttura di base del ciclo economico austriaco) ho cercato di formalizzare il già più volte trattato modello di Wicksell “*di puro credito*”. Mi rifaccio quindi alla breve [presentazione pubblicata su Usemlab](#) tralasciando per semplicità, almeno per il momento, le osservazioni di Matteo [LINK SU IHC].

Quel che ho fatto è in realtà molto semplice, una mera e quasi pedissequa traduzione formale dei passaggi logici di Wicksell. L'unica aggiunta (esplicitazione o riformulazione) riguarda la ratio massimizzatrice dell'imprenditore, un espediente “classico” per giustificare l'assunzione di certi comportamenti dovuto in una trattazione formale, ma che alla fine conferma quanto ipotizzato in origine da Wicksell. Nelle formule viene indicato un pedice che indica il tempo in cui la grandezza economica in considerazione viene determinata.

Oltre a preparare il terreno per una eventuale formalizzazione matematica del *business cycle* austriaco, ritengo il presente sforzo opportuno perché permette di sovrapporre direttamente in un unico periodo ciò che Wicksell aveva trattato come avente luogo alla fine del periodo di produzione (il consumo degli imprenditori e la vendita della produzione residua ai commercianti, quindi la formazione del risparmio reale) e ciò che si realizza invece all'inizio del nuovo periodo di produzione (la creazione di moneta, quindi l'investimento e il consumo da parte dei lavoratori), in pratica una prima forma di sovrapposizione di diversi cicli produttivi sfasati con potenziali effetti più confusi sulle dinamiche inflazionistiche rispetto ai risultati quasi “lineari” di Wicksell.

Questo lavoro si articola in varie sezioni. La sezione 1) espone le equazioni di base del modello in una ipotesi di aspettative razionali degli imprenditori; la sezione 2) mostra le determinanti della dinamica inflativa; la sezione 3) completa la prima sezione introducendo l'ipotesi di aspettative adattive per gli imprenditori; la sezione 4) riassume le dinamiche delle principali variabili monetarie e reali; la sezione 5) prova a esplicitare il significato di andamenti non concordanti tra prezzi “alla produzione” e “al consumo”; la sezione 6) svolge la simulazione del funzionamento del modello siffatto; la sezione 7) conclude.

1) Equazioni di base

In questa sezione presento le equazioni che descrivono il comportamento degli attori del mercato (banche lavoratori commercianti e imprese) ricalcando quanto indicato da Wicksell; la gestione da parte dell'imprenditore dell'extra-profitto viene invece trattata nella sezione successiva.

1.1) Comportamento delle banche

Sappiamo che le banche creano moneta/credito M_t^f attraverso, e che possono farlo solo entro il vincolo di copertura dato dai depositi D_t , quindi abbiamo

i) $M_t^f = D_t$

1.2) Comportamento dei lavoratori

I lavoratori ottengono uno stipendio W_t che convertono direttamente nel loro consumo C_t^w , quindi

ii) $W_t = C_t^w$

1.3) Comportamento dei commercianti

I commercianti risparmiano la produzione che domandano agli imprenditori Y_t^d , quindi

iii) $S_t = Y_t^d$

Inoltre questi vendono detta produzione, al prezzo P_t che si formerà sul mercato “al consumo”, ai lavoratori per un valore totale V_t^T cioè

iv) $V_t^T = P_t S_{t-1}$

somma che poi depositeranno presso le banche, quindi

v) $D_t = V_t^T$

Il deposito maggiorato degli interessi, il cui tasso i_{t-1} è fissato nel periodo precedente, verrà quindi utilizzato per riacquistare le merci, cioè per riconvertire il risparmio in una forma reale, al prezzo P_t^* che si formerà sul mercato “alla produzione”, perciò

vi) $D_{t-1} (1+i_{t-1}) = P_t^* Y_t^d$

1.4) Comportamento delle imprese

Le imprese domandano moneta/credito M^d_t alle banche per le proprie esigenze di investimento I_t quindi

$$\text{vii) } M^d_t = I_t$$

L'investimento è diretto all'acquisto di fattori produttivi, e l'unico fattore in questo caso è il lavoro che a questo livello di trattazione viene assunto come già impiegato al massimo livello possibile L ad un certo stipendio w_t per una spesa totale in stipendi di W_t (questa ipotesi permette di concentrarci sugli effetti dell'inflazione e sul legame con la produttività, per cui a variare sarà solamente lo stipendio unitario) quindi

$$\text{viii) } I_t = W_t$$

L'impresa è disposta a investire quanto investito nel periodo precedente più l'eventuale extra-profitto X_t conseguito alla fine del precedente ciclo produttivo, e questo perché qualsiasi profitto divergente dal livello "normale" implica, per l'usuale meccanismo della concorrenza, l'uscita o l'entrata di imprenditori che eserciteranno quindi pressioni sui fattori produttivi; queste pressioni sono possibili entro i limiti del maggior/minor profitto, e fanno tendere il profitto stesso verso il suo livello "normale". Quindi si ha

$$\text{ix) } I_t = I_{t-1} + X_t$$

L'extra-profitto è dato dalla differenza tra la redditività del capitale ρ_t (nel resto della discussione chiamerò anche indifferentemente NRI, tasso di interesse naturale, come da lavoro di Wicksell) ed il suo costo i_{t-1} (che chiamerò indifferentemente anche MRI, tasso di interesse di mercato, come da lavoro di Wicksell) sull'investimento fatto all'inizio del ciclo produttivo, quindi

$$\text{x) } X_t = (\rho_t - i_{t-1}) I_{t-1}$$

L'impresa produce l'intera produzione Y_t in base a una generica funzione di produzione $f(\cdot)$ che ha per argomento il lavoro impiegato all'inizio del ciclo produttivo L_{t-1} ; considerato che in questa trattazione la quantità di lavoro sfruttabile è già al massimo e quindi che la produzione può variare solo in funzione di variazioni nella produttività reale (ma sempre e comunque realizzando la produzione nel periodo successivo a quello di investimento), si ha

$$\text{xi) } Y_t = f(L_{t-1})$$

La produzione totale viene divisa tra quella destinata alla vendita sul mercato "alla produzione" Y^E_t e quella destinata al consumo proprio degli imprenditori Y^I_t , quindi

$$\text{xii) } Y_t = Y^E_t + Y^I_t$$

Il ricavo V^E_t della vendita sul mercato "alla produzione" è quindi

$$\text{xiii) } V^E_t = P^*_t Y^E_t$$

A posteriori si può allora calcolare il rendimento effettivo del capitale investito, valorizzando al prezzo di mercato sia la produzione venduta che quella consumata direttamente dall'imprenditore (che potrebbe infatti venir considerata anche come produzione messa in vendita e poi riacquistata dagli imprenditori), quindi

$$\text{xiv) } P^*_t Y_t = (1 + \rho_t) W_{t-1}$$

1.5) Comportamento dei mercati

L'equilibrio sul mercato della moneta/credito si forma con l'incontro di domanda e offerta di moneta, quindi

$$\text{xv) } M^s_t = M^d_t$$

L'equilibrio sul mercato "al consumo" si forma con l'incontro tra le volontà di consumo dei lavoratori e la produzione risparmiata dai commercianti, quindi

$$\text{xvi) } C^w_t = V^T_t$$

L'equilibrio sul mercato "alla produzione" si forma con l'incontro tra le volontà di domanda e offerta di merci, nella misura in cui queste non vengono consumate direttamente dagli imprenditori, quindi

$$\text{xvii) } V^E_t = D_{t-1} (1 + i_{t-1})$$

1.6) Scelta ottimale degli imprenditori

Si deve ancora definire come gli imprenditori scelgano quanta parte della produzione consumare, quindi quanta produzione vendere, infatti nel modello che si sta costruendo manca ad esempio un legame tra X_t e Y^E_t .

Per trovare una soluzione si può supporre che l'imprenditore voglia massimizzare il proprio consumo Y^E_t sottostando però al vincolo per cui quanto ricavato dalla vendita "alla produzione" debba essere sufficiente per restituire, con gli interessi, il prestito alla banca. Nel far questo l'imprenditore si deve creare una aspettativa di redditività del proprio capitale. Analiticamente possono venir percorse due strade: ipotizzare aspettative razionali degli imprenditori in merito ai prezzi o al rendimento del capitale, oppure ipotizzare aspettative adattive. Per il momento mi soffermo sull'ipotesi di aspettative razionali perché più semplice e perché per l'ipotesi di aspettative adattive sono necessarie alcune considerazioni che sviluppo nell'analisi della dinamica dei prezzi.

Possiamo allora considerare una aspettativa sul prezzo "alla produzione" $E_t[P^*_t]$ cui corrisponde un rendimento

atteso ϱ^t come segue:

$$\text{xviii) } E[P^*_t] Y_t = (1 + \varrho^t) W_{t-1}$$

per cui il vincolo si presenta come

$$\text{xix) } E[P^*_t] Y_t \geq M^d_{t-1} (1 + i_{t-1})$$

Considerando la xix) con la xii) si ha

$$\text{xx) } E[P^*_t] Y_t - E[P^*_t] Y^E_t \geq M^d_{t-1} (1 + i_{t-1})$$

Per la vii) e la viii) la domanda di moneta delle banche è pari alla spesa per stipendi; considerando questo, assieme alla xx) e alla xviii), e isolando il consumo degli imprenditori si ha

$$\text{xx-bis) } E[P^*_t] Y^E_t \leq (1 + \varrho^t) W_{t-1} - W_{t-1} (1 + i_{t-1})$$

quindi

$$\text{xx-ter) } Y^E_t \leq (\varrho^t - i_{t-1}) W_{t-1} / E[P^*_t]$$

Dovendosi massimizzare il consumo degli imprenditori, la xx-ter) verrà soddisfatta come uguaglianza. Nel caso di aspettative razionali il prezzo atteso $E[P^*_t]$ è esattamente P^*_t e questo significa che la xviii) è uguale alla xiv), quindi che il rendimento atteso del capitale è uguale a quello effettivo, ed allora, considerando anche la viii), si ottiene anche che

$$\text{xx-quater) } Y^E_t = (\varrho^t - i_{t-1}) W_{t-1} / E[P^*_t] = (\varrho_t - i_{t-1}) W_{t-1} / P^*_t = X_t / P^*_t$$

In altre parole tutto l'extra-profitto verrà destinato a consumo proprio degli imprenditori per cui

$$\text{xxi) } X_t = P^*_t Y^E_t$$

Questa è esattamente l'ipotesi considerata da Wicksell nella sua formulazione logica del modello.

2) Dinamica dei prezzi

In questa sezione mostrerò anzitutto il risultato analitico principale di Wicksell, cioè il legame che si instaura tra i prezzi “al consumo” e la dinamica di NRI e, soprattutto, di MRI. Aggiungo anche il risultato analitico delle determinanti della dinamica dei prezzi “alla produzione”, per mostrare come un legame diretto e “semplice” tra le due serie di prezzi si abbia solo in condizioni particolari; ritengo questo punto interessante in futuro per valutare il significato di dinamiche divergenti tra le due serie di prezzi.

2.1) Dinamica dei prezzi “al consumo”

Possiamo studiare la dinamica dei prezzi “al consumo”, partendo dalla iv) insieme alla iii), per cui

$$1) V^t_t = P_t Y^s_{t-1}$$

che insieme alla condizione di equilibrio del mercato “al consumo” xvi) e alla ii) porta a

$$2) W_t = P_t Y^s_{t-1}$$

Considerando poi la vii) e la viii), quindi il fatto che gli stipendi corrispondono alla domanda di moneta/credito, assieme alla condizione di equilibrio sul mercato della moneta/credito xv) si arriva alla definizione (molto scontata in realtà, almeno per chi ragiona con una certa logica) del livello dei prezzi che segue:

$$3) P_t = M^s_t / Y^s_{t-1}$$

La cosa interessante è che mettendo insieme la viii) la ix) e la x) si ha la dinamica degli stipendi:

$$4) W_t = (1 + \varrho_t - i_{t-1}) W_{t-1}$$

che, analogamente a quanto sopra, insieme alla vii) e alla viii), ci fornisce la dinamica dell'offerta di moneta/credito:

$$5) M^s_t = (1 + \varrho_t - i_{t-1}) M^s_{t-1}$$

Reiterando le sostituzioni si ottengono quindi le dinamiche storiche della moneta/credito e dei prezzi “al consumo”:

$$6) M^s_t = \prod_{k=1}^t (1 + \varrho_k - i_{k-1}) M^s_0$$

$$7) P_t = \prod_{k=1}^t (1 + \varrho_k - i_{k-1}) M^s_0 / Y^s_{t-1}$$

Risulta quindi che l'ammontare di mezzi di pagamento in circolazione ed il livello dei prezzi incorporano tutta la storia congiunta di redditività e costo del capitale o, più in generale, di produttività e politica monetaria: un disallineamento tra i tassi di interesse e la redditività del capitale, nella terminologia di Wicksell tra il tasso di interesse di mercato (MRI) e il tasso di interesse naturale (NRI), sposta in modo permanente i livelli della moneta/credito e dei prezzi da quelli precedenti. In particolare se in qualsiasi momento il tasso di interesse viene imposto stabile sotto alla redditività del capitale, quindi il sistema assume una *stance monetaria* inflativa, in assenza di variazioni di produttività e quindi in assenza di variazioni dell'extra-profitto il tasso di crescita dei prezzi cioè la volgarmente detta inflazione è pari appunto alla *stance* inflazionistica (differenza tra MRI e NRI) del sistema:

$$8) \dot{p}_t = P_t / P_{t-1} - 1 = (M^s_t / Y^s_{t-1}) / (M^s_{t-1} / Y^s_{t-2}) - 1 = M^s_t / M^s_{t-1} - 1 =$$

$$= [\prod_{k=1}^t (1 + \varrho_k - i_{k-1}) M^s_0] / [\prod_{k=1}^{t-1} (1 + \varrho_k - i_{k-1}) M^s_0] - 1 = \varrho_t - i_{t-1}$$

La definizione “austriaca” di inflazione come dinamica dell'offerta di moneta risulta alquanto appropriata in

realtà, infatti i tassi di crescita della moneta/credito e dei prezzi, logicamente, coincidono:

$$9) m_t = M_t / M_{t-1} - 1 = \rho_t - i_{t-1}$$

2.2) Dinamica dei prezzi “alla produzione”

Adesso possiamo studiare la dinamica dei prezzi “alla produzione”, partendo dalla xiii) assieme alla xvii) quindi considerando

$$10) P_t^* = D_{t-1} (1+i_{t-1}) / Y_t^s$$

da cui, vista la vi), discende anche la semplice condizione di equilibrio sul mercato

$$11) Y_t^d = Y_t^s$$

Considerando la 10) assieme alla iii) la iv) e la v), e considerata la 11), si ottiene

$$12) P_t^* = P_{t-1} Y_{t-2}^s (1+i_{t-1}) / Y_t^s$$

da cui discende che, in assenza di variazioni della produzione nell'arco di due periodi, si realizza un rapporto tra il prezzo “alla produzione” e quello “al consumo” identificabile nel rapporto che si ha tra un prezzo “forward” e uno “spot”:

$$13) P_t^* = P_{t-1} (1+i_{t-1})$$

La conseguenza della 12) è comunque che anche la dinamica del prezzo alla produzione discende dalla storia inflazionistica dell'economia.

Lo stesso risultato si può ottenere considerando la 10) con la v) e la xvi) per cui

$$14) P_t^* = C_{t-1}^w (1+i_{t-1}) / Y_t^s$$

da cui, con la ii) la vii) la viii) e in considerazione della xv) si ha

$$15) P_t^* = M_{t-1} (1+i_{t-1}) / Y_t^s$$

Questo risultato, assieme alla 6), ci restituisce un prezzo “alla produzione” derivante dalla storia inflazionistica dell'economia, ed una sua dinamica legata all'inflazione monetaria del periodo precedente ad alla recente politica monetaria, cioè

$$16) P_t^* = [\prod_{k=1}^t \Pi^{t-k} (1 + \rho_k - i_{k-1}) M^s_0] (1+i_{t-1}) / Y_t^s$$

$$17) \hat{p}_t^* = P_t^* / P_{t-1}^* - 1 = \{ [\prod_{k=1}^t \Pi^{t-k} (1 + \rho_k - i_{k-1}) M^s_0] (1+i_{t-1}) / Y_t^s \} / \{ [\prod_{k=1}^{t-1} \Pi^{t-k} (1 + \rho_k - i_{k-1}) M^s_0] (1+i_{t-2}) / Y_{t-1}^s \} - 1 = \\ = (1 + \rho_{t-1} - i_{t-2}) \{ (1+i_{t-1}) / (1+i_{t-2}) \} (Y_{t-1}^s / Y_t^s) - 1$$

3) Aspettative adattive sul rendimento del capitale

Si sarà notato che esiste un problema di determinazione simultanea o meglio di “circolarità” su NRI, essendo questa sia variabile dipendente come nella xiv) che variabile indipendente come nella vi) da cui invece si determina il prezzo “alla produzione” che entra nella xiv) come variabile indipendente quindi presupposto per il calcolo dello stesso NRI. Il problema può essere aggirato se si ipotizza un processo decisionale imprenditoriale non basato su variabili contemporanee ed aspettative razionali, bensì su variabili storiche e aspettative adattive.

Assumendo aspettative adattive possiamo considerare un NRI atteso dall'imprenditore ρ_t^e come quello del periodo precedente corretto per la maggior produzione realizzata rispetto alle risorse reali impiegate, per cui

$$18) \rho_t^e = \rho_{t-1} + (Y_t - Y_{t-1}) / (W_{t-1} / E[P_t^*])$$

Sempre nella logica delle aspettative adattive, il prezzo “alla produzione” atteso $E[P_t^*]$ viene considerato uguale al prezzo formatosi nel periodo precedente P_{t-1}^* cioè

$$19) E[P_t^*] = P_{t-1}^*$$

Da questo, ricordando sempre la viii), segue un extra-profitto atteso X_t^e pari a

$$20) X_t^e = (\rho_t^e - i_{t-1}) W_{t-1}$$

Il prezzo “alla produzione” effettivo verrà ottenuto sempre in accordo alla 14) (equazione indipendente dal regime di aspettative) che assieme alla ii) risulta in

$$21) P_t^* = W_{t-1} (1+i_{t-1}) / Y_t^s$$

Quindi, ricordando la discussione precedente sulla dimensione ottimale del consumo per l'imprenditore, per cui questi consumerà l'intero extra-profitto, il consumo effettivo dell'imprenditore corrisponderà a

$$22) Y_t^E = X_t^e / P_t^*$$

La redditività effettiva ρ_t del capitale deriverà sempre dalla xiv), che vista assieme alla xii) e alla 22) diventa

$$23) \rho_t = Y_t^s P_t^* / W_{t-1} + X_t^e / W_{t-1} - 1$$

Considerando adesso la 23) con la 20) la 21) e la 22) si ottiene

$$24) \rho_t = Y_t^s [W_{t-1} (1+i_{t-1}) / Y_t^s] / W_{t-1} + (\rho_t^e - i_{t-1}) W_{t-1} / W_{t-1} - 1 = (1+i_{t-1}) + (\rho_t^e - i_{t-1}) - 1 = \rho_t^e$$

Si ottiene quindi che NRI atteso e effettivo coincidono, il che permette di ragionare in termini di aspettative razionali su NRI, prevedendo quindi che $\rho_t^e = \rho_t$ e svolgendo di nuovo i calcoli della sezione 2).

L'analisi presentata vuol mostrare come le due possibili ipotesi di aspettative adattive e razionali siano concordanti, per cui nella fase successiva di simulazione del modello attraverso un sotto-insieme delle equazioni

più significative sarà sufficiente considerare l'ipotesi dalla forma più semplice.

4) Dinamiche delle altre variabili

Possiamo adesso riassumere le determinanti della dinamiche delle principali variabili oltre ai prezzi, di cui è già stato esplicitato in precedenza.

4.1) Dinamica monetaria

La creazione di moneta/credito, come evidenziato nella 9), segue direttamente la dinamica della *stance* inflazionistica del sistema economico. In sostanza la massa monetaria cresce nel caso di ribassi autonomi del tasso di interesse (come nel caso vi sia un qualche potere di manovra da parte di una Banca Centrale) oppure nel caso di incrementi di produttività non compensati da un pari movimento del tasso di interesse (tendenza alla compensazione che si può supporre valida, come già detto nella presentazione presentata da Usemlab, nel caso di tassi perfettamente di mercato). Questa dinamica trascina con sé quella degli stipendi, e degli investimenti nominali, date le ipotesi iniziali del modello.

4.2) Dinamica della produzione

È chiaro che nel modello, così come presentato, la produzione reale risente solo di fattori reali esogeni. È altrettanto chiaro inoltre che le variazioni nella produttività conseguenti da questi fattori esogeni hanno un riflesso immediato su NRI. La cosa è chiarissima considerando la 18) del caso di aspettative adattive, dove è evidente che il singolo punto percentuale di incremento di produzione si somma, in valore, al rendimento del capitale del periodo precedente.

4.3) Dinamica del consumo

La dinamica della produzione consumata dagli imprenditori, come evidente dalla xxi) e dalla x), dipende dalla *stance* inflazionistica del sistema, oltre che dalla dinamica della produzione venduta dagli imprenditori che, come dalla 16), incide sul prezzo “alla produzione”. Questo è da vedersi quindi insieme alla dinamica della produzione venduta ai commercianti dagli imprenditori, la cui dinamica può venir esplicitata dalla xii), che con la xxi) e la x) porta a

$$25) Y_t - Y_t^s = (\rho_t - i_{t-1}) W_{t-1} / P_t^*$$

Da qui, considerando la dinamica degli stipendi ottenuta reiterando la 4) e la dinamica dei prezzi “alla produzione” esplicitata nella 16), si arriva a

$$25\text{-bis}) Y_t - Y_t^s = (\rho_t - i_{t-1}) \left[\prod_{k=1}^{t-1} (1 + \rho_k - i_{k-1}) W_0 \right] / \left\{ \left[\prod_{k=1}^{t-1} (1 + \rho_k - i_{k-1}) M_0 \right] (1 + i_{t-1}) / Y_t^s \right\}$$

che semplificata, e considerando l'uguaglianza tra stipendi e offerta di moneta che discende dalla combinazione della vii) della viii) e della xv), porta a

$$25\text{-ter}) Y_t - Y_t^s = Y_t^s (\rho_t - i_{t-1}) / (1 + i_{t-1})$$

e quindi alla

$$26) Y_t^s = Y_t (1 + i_{t-1}) / (1 + \rho_t)$$

Questo risultato implica che nel caso la *stance monetaria* sia neutrale, cioè $NRI = MRI$, l'intera produzione viene ceduta dagli imprenditori ai commercianti e da questi ai lavoratori, mentre nel caso della *stance* inflazionistica dove $NRI > MRI$ ai lavoratori non arriverà una parte della produzione corrispondente a

$$27) Y_t^E = Y_t - Y_t (1 + i_{t-1}) / (1 + \rho_t) = (\rho_t - i_{t-1}) / (1 + \rho_t) Y_t$$

Quanto ricavato indica che la distribuzione della produzione tra lavoratori e imprenditori dipende solo dall'ampiezza della *stance* inflazionistica del sistema economico e non dal livello di produttività in sé; soprattutto si ricava che a parità di NRI e quindi di produttività, una riduzione di MRI comporta la sperequazione del consumo a favore degli imprenditori in misura costante nel tempo.

La dinamica del consumo reale complessivo quindi discende direttamente dalla dinamica della produttività, infatti la produzione completata in ogni periodo viene in parte destinata al consumo proprio degli imprenditori ed in parte viene “risparmiata” dai commercianti per venir poi interamente consumata dai lavoratori. In termini nominali invece questa dinamica è influenzata dalla dinamica dei prezzi “al consumo” e “alla produzione”, che si è visto dalla 7) e dalla 17) risentire in modo completo della posizione inflazionistica del sistema economico; in altre parole, nei termini in cui i tassi di interesse non incidono sulla produzione reale, una politica espansiva della massa monetaria, qui realizzata con una politica di ribasso dei tassi di interesse, comporta una crescita del consumo solo in termini nominali.

4.4) Dinamica del risparmio

In questo modello il risparmio reale è rappresentato dalla produzione ceduta dagli imprenditori ai commercianti,

mentre il risparmio nominale è dato dai depositi dei commercianti.

La dinamica del risparmio reale è quindi già stata esposta nella sub-sezione precedente, di cui vale sottolineare come la 26) evidenzi il classico e coerente risultato di un risparmio funzione crescente del tasso di interesse.

La dinamica del risparmio nominale dipende, per quanto descritto dal modello, dagli incassi realizzati dai commercianti per la cessione della produzione ai lavoratori, la cui possibilità di spesa dipende dagli stipendi percepiti, e questi derivano dalla volontà di investimento degli imprenditori e quindi dalla conseguente creazione di moneta. In definitiva quindi il risparmio nominale risente della dinamica inflativa del sistema.

Complessivamente quindi si ha che una *stance* monetaria inflativa dovuta alla sola riduzione di MRI comporta una crescita continua del risparmio nominale che però è solo illusoria, in quanto accompagnata da una riduzione permanente del risparmio reale.

4.5) Dinamica inflativa complessiva

Le dinamiche dei prezzi descritte nella sezione 2) fanno riferimento a segmenti particolari dell'economia, a solo una parte della produzione complessiva che, per ipotesi del modello, viene immessa sul mercato prima “alla produzione” e poi “al consumo”. In tal senso, se si inserisse la specificazione di un consumo proprio dei risparmiatori anche secondo quanto detto qui [LINK WICKSELL 2] si avrebbe un ulteriore grado di differenziazione tra i due mercati. Ma se consideriamo l'economia nel suo complesso, semplicemente confrontando per ogni periodo la moneta/credito creata dalle banche secondo la 6) con la quantità di produzione realizzata, si può ottenere l'andamento dell'inflazione di sistema al netto della progressione della produttività, che perciò è

$$28) \pi_t = \frac{M_{t+1}}{M_t} (1 + \rho_k - i_{k,t}) M^s_o / Y_t$$

Va da sé che l'inflazione netta del sistema, il “gonfiamento nominale” che non viene compensato o forse “nascosto” da incrementi di produttività, e quindi perdita netta di valore della moneta/credito, necessariamente segue la storia della *stance inflazionistica* dell'economia.

5) Significato del rapporto tra prezzi “al consumo” e “al risparmio”

Possiamo mettere in relazione il prezzo che si forma “alla produzione” con quello “al consumo”; si possono considerare vari rapporti, prendendo prezzi “alla produzione” e “al consumo” più o meno contemporanei. Ritengo che abbia senso considerare il rapporto tra il prezzo “alla produzione” di un periodo con quello “al consumo” del periodo successivo in quanto relativi alla stessa produzione. È di interesse però anche il rapporto tra prezzi “contemporanei”, mentre non ritengo abbia senso confrontare il prezzo “alla produzione” di un certo periodo con quello “al consumo” del periodo precedente perché riferiti a cicli produttivi del tutto distanti.

5.1) Prezzi lungo uno stesso ciclo produttivo

Confrontiamo il prezzo “alla produzione” di un certo periodo con quello “al consumo” del periodo successivo, relativi quindi alla stessa quantità di merce e rappresentativi in un certo senso a due fasi di uno stesso processo produttivo. Si tratta quindi di calcolare il rapporto tra i due prezzi sfruttando la 7) e la 16) per cui

$$29) P^*_t / P_{t+1} = \frac{\{ [_{k=1} \Pi^{t-1} (1 + \rho_k - i_{k,t}) M^s_o] (1 + i_{t-1}) / Y^s_t \}}{\{ [_{k=1} \Pi^{t+1} (1 + \rho_k - i_{k,t}) M^s_o] / Y^s_{t+1} \}} = \frac{(1 + i_{t-1})}{(1 + \rho_t - i_{t-1})(1 + \rho_{t+1} - i_t)}$$

Si ottiene allora che il rapporto tra il prezzo “alla produzione” e quello che si forma successivamente “al consumo” risponde alla mera dinamica della *stance inflazionistica* dell'economia assieme al normale rapporto tra prezzo a “spot” e prezzo “forward”: finché la *stance inflazionistica* è neutrale si ha il normale rapporto tra prezzo “spot” e “forward”, mentre la distanza tra i due prezzi va a ridursi quando, nei due precedenti periodi, si crea una *stance inflazionistica*. La logica di questo sta nel fatto che una posizione inflazionistica di MRI rispetto a NRI ha contemporaneamente un effetto di “riduzione” della quota di produzione “risparmiata” (come detto nella sezione 4) in merito all'andamento delle variabili reali) che diventa una minor offerta “al consumo” nel periodo successivo, e un effetto inflazionistico diretto sul mercato “al consumo” attraverso i maggiori stipendi pagati; nel complesso allora si crea una doppia pressione sul mercato “al consumo” rispetto a quello “alla produzione”, facendone alzare il prezzo rispetto a quello formatosi sul mercato “alla produzione”. In tal senso osservare una dinamica più forte del prezzo “a valle” rispetto a quella “a monte” è “spia” di un ambiente inflazionistico.

5.2) Prezzi contemporanei

Meno lineare è forse l'interpretazione del rapporto tra i prezzi che si realizzano contemporaneamente nei due mercati, che fanno quindi riferimento a due cicli produttivi diversi. In tal caso si ha

$$30) P^*_t / P_t = \frac{(1 + i_{t-1})}{(1 + \rho_t - i_{t-1})} [Y^s_{t-1} / Y^s_t]$$

Considerando poi la 26) si può elaborare ulteriormente la precedente equazione per legare il rapporto alla

produzione complessiva e non a quella “risparmiata”, arrivando a

$$30\text{-bis}) P_t^*/P_t = (Y_{t-1}/Y_t)[(1 + i_{t-2})/(1 + \rho_{t-1})][(1 + \rho_t)/(1 + \rho_t - i_{t-1})]$$

Anche in questo caso la *stance* inflazionistica del sistema porta la riduzione del rapporto tra i due prezzi, che però si muove anche in relazione ad altri parametri, in particolare con il rapporto $[(1 + i_{t-2})/(1 + \rho_{t-1})]$ che, grossolanamente è approssimabile con $[1/(1 + \rho_{t-1} - i_{t-2})]$, quindi torna un evidente riferimento alla *stance* inflazionistica del periodo precedente come fattore di riduzione del rapporto tra prezzo “alla produzione” e “al consumo” contemporanei. Questo rapporto dipende anche da un altro fattore, come il solo NRI del periodo, che si combina con la *stance* di periodo. Nel complesso i fattori di maggior incidenza sono la *stance* del periodo precedente e MRI del periodo di riferimento: fattori espansivi della quantità di moneta hanno anzitutto un effetto inflativo sul mercato “al consumo” prima che sul mercato “alla produzione”, per questo una dinamica dei prezzi più forte sul mercato “al consumo” è sempre “spia” di un ambiente inflazionistico.

6) Simulazioni di dinamiche economiche

Possiamo adesso scegliere alcuni dei risultati delle sezioni precedenti per osservare l'andamento delle variabili più significativo di un ipotetico sistema economico. Ritengo importante considerare

A) $\rho_t = \rho_{t-1} + (Y_t - Y_{t-1})/(M_{t-1}/P_{t-1}^*)$

B) $\Delta_t = \rho_t - i_{t-1}$

C) $M_t = (1 + \Delta_t) M_{t-1}$

D) $X_t = \Delta_t M_{t-1}$

E) $Y^{E_t} = \Delta_t Y_t / (1 + \rho_t)$

F) $Y^s_t = Y_t - Y^{E_t}$

G) $P_t^* = (1 + i_{t-1}) M_{t-1}/Y^s_t$

H) $P_t = M_t/Y^s_{t-1}$

I) $\dot{p}_t = P_t/P_{t-1} - 1$

J) $\pi_t = (M_t/Y_t)/(M_{t-1}/Y_{t-1}) - 1$

La A) deriva da quanto esposto nella sezione 3); è necessario partire dal rendimento del capitale NRI atteso per i problemi di “circolarità” delle equazioni sopra discussi e risolti dimostrando che comunque il valore atteso è uguale a quello effettivo. La B) semplicemente esplicita la *stance inflazionistica* dell'economia. La C) riprende la dinamica dell'aggregato monetario. La D) evidenzia l'extra-profitto degli imprenditori. La E) indica il consumo reale degli imprenditori sfruttando la 27) sempre per aggirare i problemi di “circolarità” attorno a NRI. La F) determina in modo semplice la quantità di produzione “risparmiata”. La G) ricava in modo semplice il prezzo “alla produzione”. La H) parimenti in modo semplice ricava il prezzo “al consumo”. La I) calcola la dinamiche dei prezzi “al consumo”. La J) calcola l'inflazione netta dell'economia.

Date la caratteristiche del modello si può evidenziare che il consumo reale totale dell'economia C_t è sempre pari alla produzione totale, la moneta/credito determinata nella C) è sempre pari al monte stipendi W_t nonché agli investimenti I_t nell'economia, e che il risparmio reale è rappresentato dalla produzione ceduta dagli imprenditori ai commercianti e quindi è determinato dalla F).

Da queste equazioni, partendo da un sistema in equilibrio avente *stance inflazionistica* nulla con tasso di interesse di mercato e rendimento del capitale al 4% per periodo, una produzione reale di 100 per periodo, moneta/credito in circolazione per 1000, e prezzo “al consumo” di 10, si può simulare l'andamento di un'economia che sperimenti un shock positivo di produttività (al tempo 5), cui i tassi di interesse rispondano solo in ritardo (al tempo 11) in modo pieno, per poi portare (dal tempo 16) il sistema in una fase deflazionistica.

La simulazione è nella tabella che segue, e si verifica quanto atteso: finché la *stance inflazionistica* è neutra, i prezzi sono stabili; l'incremento di NRI dovuto alla maggior produttività non compensato da analogo movimento di MRI comporta una fase inflativa in cui l'inflazione dei prezzi al consumo e quella di sistema sono pari alla *stance inflazionistica*; il recupero di MRI di tutto il differenziale con NRI blocca la crescita dell'aggregato monetario e dei prezzi, che quindi restano stabili al nuovo livello; un MRI che va oltre NRI crea una spinta deflativa ancora pari alla corrente *stance (de)flazionistica*.

<i>tempo</i>	<i>shock produttività</i>	<i>Y,C</i>	<i>NRI</i>	<i>MRI</i>	<i>stance inflazionistica</i>	<i>M, W, I</i>	<i>X</i>	<i>Y^E</i>	<i>Y^S, S</i>	<i>P*</i>	<i>P</i>	<i>p</i>	<i>M/Y</i>	<i>π</i>
0	/	100,00	4,00%	4,00%	/	1000,00	/	/	100,00	/	10,00	/	10,00	/
1	0,00%	100,00	4,00%	4,00%	0,000%	1000,00	0,00	0,00	100,00	10,40	10,00	0,00%	10,00	0,00%
2	0,00%	100,00	4,00%	4,00%	0,000%	1000,00	0,00	0,00	100,00	10,40	10,00	0,00%	10,00	0,00%
3	0,00%	100,00	4,00%	4,00%	0,000%	1000,00	0,00	0,00	100,00	10,40	10,00	0,00%	10,00	0,00%
4	0,00%	100,00	4,00%	4,00%	0,000%	1000,00	0,00	0,00	100,00	10,40	10,00	0,00%	10,00	0,00%
5	1,00%	101,00	5,04%	4,00%	1,040%	1010,40	10,40	1,00	100,00	10,40	10,10	1,04%	10,00	0,04%
6	0,00%	101,00	5,04%	4,00%	1,040%	1020,91	10,51	1,00	100,00	10,51	10,21	1,04%	10,11	1,04%
7	0,00%	101,00	5,04%	4,00%	1,040%	1031,53	10,62	1,00	100,00	10,62	10,32	1,04%	10,21	1,04%
8	0,00%	101,00	5,04%	4,00%	1,040%	1042,25	10,73	1,00	100,00	10,73	10,42	1,04%	10,32	1,04%
9	0,00%	101,00	5,04%	4,00%	1,040%	1053,09	10,84	1,00	100,00	10,84	10,53	1,04%	10,43	1,04%
10	0,00%	101,00	5,04%	4,00%	1,040%	1064,05	10,95	1,00	100,00	10,95	10,64	1,04%	10,54	1,04%
11	0,00%	101,00	5,04%	5,04%	1,040%	1075,11	11,07	1,00	100,00	11,07	10,75	1,04%	10,64	1,04%
12	0,00%	101,00	5,04%	5,04%	0,000%	1075,11	0,00	0,00	101,00	11,18	10,75	0,00%	10,64	0,00%
13	0,00%	101,00	5,04%	5,04%	0,000%	1075,11	0,00	0,00	101,00	11,18	10,64	-0,99%	10,64	0,00%
14	0,00%	101,00	5,04%	5,04%	0,000%	1075,11	0,00	0,00	101,00	11,18	10,64	0,00%	10,64	0,00%
15	0,00%	101,00	5,04%	5,04%	0,000%	1075,11	0,00	0,00	101,00	11,18	10,64	0,00%	10,64	0,00%
16	0,00%	101,00	5,04%	6,04%	0,000%	1075,11	0,00	0,00	101,00	11,18	10,64	0,00%	10,64	0,00%
17	0,00%	101,00	5,04%	6,04%	-1,000%	1064,36	-10,75	-0,96	101,96	11,18	10,54	-1,00%	10,54	-1,00%
18	0,00%	101,00	5,04%	6,04%	-1,000%	1053,72	-10,64	-0,96	101,96	11,07	10,33	-1,93%	10,43	-1,00%
19	0,00%	101,00	5,04%	6,04%	-1,000%	1043,18	-10,54	-0,96	101,96	10,96	10,23	-1,00%	10,33	-1,00%
20	0,00%	101,00	5,04%	6,04%	-1,000%	1032,75	-10,43	-0,96	101,96	10,85	10,13	-1,00%	10,23	-1,00%

Si deve notare che mentre la dinamica inflazionistica riferita all'intero sistema π risponde meccanicamente alla *stance inflazionistica*, le dinamiche sui singoli mercati possono presentare risposte meno “lineari”; in particolare la dinamica dei prezzi al consumo p presenta ad ogni variazione di MRI una sorta di “overshooting”, una specie di sovra-reazione al secondo periodo successivo alla variazione di MRI destinata comunque a rientrare. Questo effetto risulta dal combinato di alcuni fatti stilizzati nel modello: anzitutto il tasso di interesse viene fissato a inizio del periodo di produzione, ma svolge i suoi effetti in termini di *stance inflazionistica* solo a fine periodo di produzione (in modello, nel periodo successivo) quando può essere confrontato con l'effettivo NRI di quel processo produttivo, e questo significa che solo in quel momento si ha l'effetto sul consumo degli imprenditori da una parte e di creazione di maggiore moneta/credito dall'altra; inoltre il circuito della produzione parte con l'investimento delle imprese, passa successivamente dal mercato “alla produzione”, e si conclude nel mercato “al consumo”, mentre il circuito monetario/creditizio gira in direzione opposta nascendo con l'investimento degli imprenditori e quindi immediatamente sul mercato “al consumo”, per poi passare dal mercato “alla produzione” e quindi chiudersi con il saldo del debito degli imprenditori; infine occorre aspettare due periodi perché un nuovo processo produttivo “porti” la derivante produzione fino al mercato “al consumo” (fatto del tutto trascurato nella formalizzazione “classica” di una funzione di produzione a-temporale). Si tratta quindi di due circuiti, quello produttivo e quello finanziario, che necessariamente procedono in senso opposto creando interessanti intrecci, in particolare la crescita della massa monetaria/creditizia prima che si possano avere effetti “alla produzione”.

7) Conclusione

In conclusione questa formalizzazione ripete i risultati di Wicksell, ma offre pure lezioni sul significato di inflazione e sulla non necessaria “linearità” della dinamica dei prezzi quando si fa riferimento a particolari settori dell'economia invece che alla stessa nel suo complesso, in quanto i tempi di “reazione” del settore reale e di quello finanziario sono sostanzialmente diversi e le direzioni in cui si dispiegano opposte.